

Eileen BRAUN, Münster

Lösung realitätsnaher Aufgaben –

eine Voruntersuchung zum Lösungsverhalten von ViertklässlerInnen bei der Bearbeitung einer realitätsnahen Fermi-Aufgabe

Einleitung

Aufgaben werden als „Kernstück“ des Mathematikunterrichts verstanden. Sie bieten „auf ganz natürliche Art“ Anlass zur mathematischen Betätigung (Barzel et al., 2011, S. 48). Je nach Aufgabenformat regen sie zu eigenständigen, kreativen Lösungen an. Fermi-Aufgaben erfordern auf Grund fehlender Daten in der Aufgabenstellung das Festlegen relevanter Ausgangsgrößen.

In der bisher durchgeführten Voruntersuchung bearbeiteten 367 ViertklässlerInnen eine von sieben Fermi-Aufgaben aus dem Bereich Tierkunde, welche aus einem Pool von 30 in Partnerinterviews erprobten Aufgaben stammt. Als Bearbeitungshilfe erhielten die SchülerInnen ein informationsreiches Sachbuch über das in ihrer Aufgabe thematisierte Tier. Die Texte des Sachbuches enthalten mehr Daten als zur Lösung der Aufgabe benötigt werden. Erfolg versprechend ist eine gezielte Recherche der relevanten Daten. Durch Hinzufügen des Sachbuches wird aus der Fermi-Aufgabe eine überbestimmte Aufgabe, da die relevanten Ausgangsdaten im Sachbuch zur Bearbeitung vorliegen. Untersucht wurde, ob und inwiefern ViertklässlerInnen relevante von den für die Aufgabe irrelevanten Daten unterscheiden können. Eine Forschungsfrage, die von besonderem Interesse war, lautet: Wie gehen ViertklässlerInnen mit ihnen fehlenden Daten bei einer Fermi-Aufgabe um und welche Rolle spielt dabei das Sachbuch?

Voruntersuchung

Zoos und die dort lebenden Tiere stellen einen Erfahrungsraum dar, der viele SchülerInnen interessiert und ihnen oft vertraut ist. Die folgende Fermi-Aufgabe zum Pinguin hat ihre Berechtigung auch außerhalb des Mathematikunterrichts:

Wie groß kann der Temperaturunterschied zwischen den Temperaturen im Nest eines Pinguins und den winterlichen Temperaturen am Südpol sein?

Die Aufgabenstellung enthält keine Daten. Das Beschaffen von Daten aus der Realität ist eine Kompetenz, welche in den Beschlüssen der Kultusministerkonferenz unter den drei prozessbezogenen Teilkompetenzen des Modellierens als erste genannt wird (vgl. KMK, 2005). Neben der vorgestellten anspruchsvollen Pinguin-Aufgabe sollen im Schwierigkeitsgrad abfallend eine Fermi-Aufgabe

zum Fressverhalten eines Löwen und eine Schätzaufgabe zum Erdmännchen in die Hauptuntersuchung einfließen.

Das Lösen von Aufgaben mit Realitätsbezug wird mittels Modellierungskreisläufen veranschaulicht. Nur selten wird dem Beschaffen von Daten ein eigener Schritt beigemessen, wie dies Fischer & Malle (1985) in ihrem Modellbildungsprozess tun. In der Regel ist die Datenbeschaffung im Aufstellen eines Modells inbegriffen (vgl. Maaß, 2009). Die rationale und sich auf vier Komplexitätsmerkmale stützende Aufgabenanalyse von Cohors-Fresenborg et al. (2004) ermöglicht ein Vorhersagen von Schwierigkeiten, welche beim Lösen von Aufgaben in Textform dargestellt auftreten können. Die sprachlogische Komplexität als eines von vier Merkmalen soll im Folgenden exemplarisch an der vorgestellten Pinguin-Aufgabe thematisiert werden. Sie hat zwar die niedrigste Korrelation zur empirisch bestätigten Aufgabenschwierigkeit, gleichwohl wird sie als Filter verstanden, welcher eine mathematische Bearbeitung erst ermöglichen oder auch gänzlich verhindern kann (vgl. Cohors-Fresenborg et al., 2004). Kriterien sind die Syntax der Aufgabenstellung und die Anordnung der Daten. Da die Aufgabe den ViertklässlerInnen überbestimmt vorlag, wird zu ihrer Einstufung neben der Aufgabenstellung auch das Sachbuch berücksichtigt. Dadurch kann neben der Syntax auch die Anordnung der im Sachbuch vorliegenden relevanten Ausgangsgrößen berücksichtigt werden. Die überbestimmte Aufgabe ist vom sprachlogischen Aspekt als komplex anzusehen, da die aus Haupt- und Nebensätzen zusammenhängenden Texte des Sachbuches relevante und irrelevante Daten enthalten. Dieser Aufbau gilt auch für die anderen Aufgaben der Untersuchung. Hinsichtlich der anderen drei Merkmale lassen sich weitere Schwierigkeiten benennen, auf die an dieser Stelle nicht eingegangen werden soll.

Ergebnisse der Voruntersuchung

Matilda (10 Jahre) hat neben der Aufgabenstellung die relevanten Daten (30° , -60° und -80° Celsius) übersichtlich notiert sowie ein Thermometer gezeichnet (vgl. Abbildung 1). Beim Berechnen der Temperaturdifferenz zwischen dem Nest und der Außentemperatur unterschied sie zwei Fälle (-60° / -80° Celsius).

Ihre Lösung demonstriert, zu welchen Leistungen GrundschülerInnen fähig sind. Selter (1994, S. 283) erklärt, dass sie „komplexe und neuartig erscheinende Aufgaben“ lösen

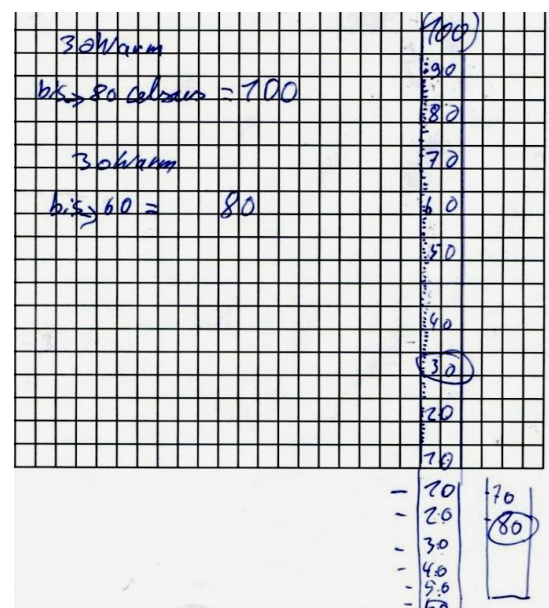


Abbildung 1: Matildas Lösung

können und mittels eigener, informeller Strategien zu sogenannten „Eigenkonstruktionen“ gelangen. Unkommentiert bleiben in Matildas Lösung bedauerlicherweise die beiden jeweils um 10° Celsius falsch berechneten Temperaturdifferenzen.

Abbildung 2 veranschaulicht die von den 62 Schülerlösungen zur Aufgabe zum Pinguin erhobenen Daten. 27 ($5 + 4 + 18$) Schülerlösungen enthalten nicht alle für eine erfolgreiche Bearbeitung benötigten Daten. Grundsätzlich fiel es den ViertklässlerInnen leichter, die Außentemperatur als die Nesttemperatur zu bestimmen. Keine SchülerInnen gab nur die Nesttemperatur an. Hingegen enthalten vier Lösungen eine Außentemperatur und 18 Lösungen sogar die durchschnittliche und maximale Außentemperatur.

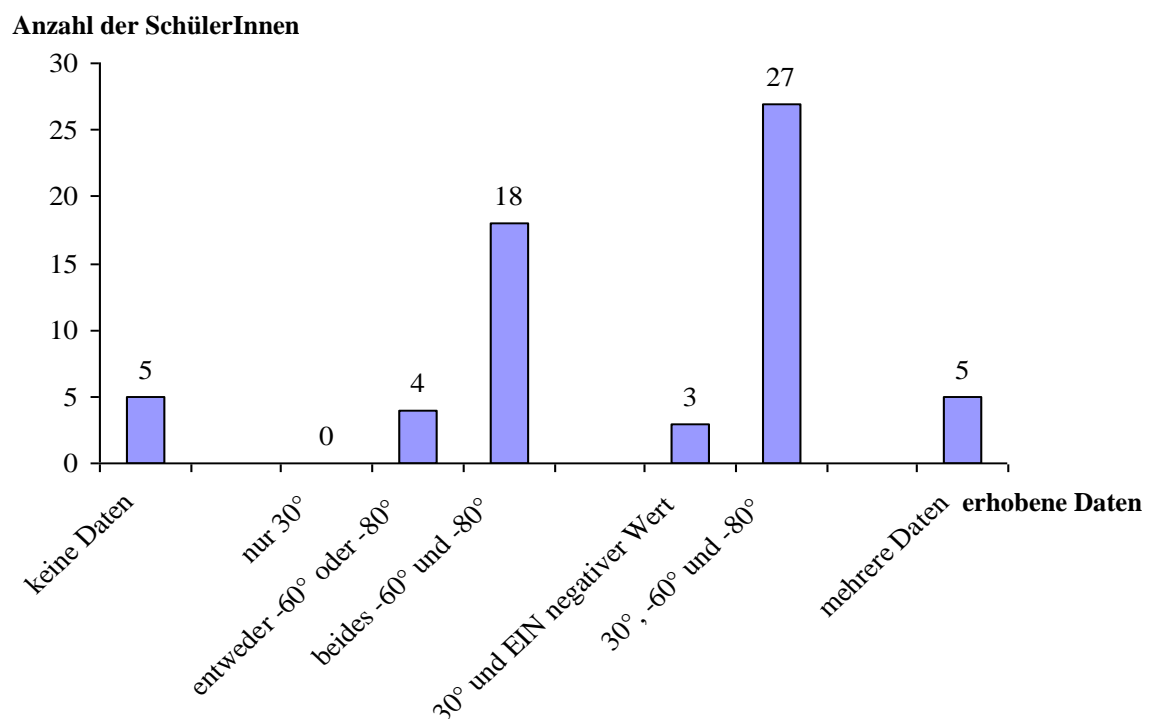


Abbildung 2: Recherche relevanter Daten

27 ViertklässlerInnen erhoben die Daten 30° , -60° und -80° Celsius. Unter diesen gibt es Lösungen, die ferner irrelevante Textpassagen aus dem Sachbuch enthalten. Sie weisen keine mathematischen Operationen auf. Diese ungelösten Leistungen enthalten keine Differenz.

Fünf unter den 62 Lösungen enthalten eindeutig diagnostizierbar neben den für die Aufgabe relevanten auch irrelevante Daten. Hierunter sind beispielsweise Angaben zur Größe eines Pinguins zu nennen.

Fazit

Bei der Pinguin-Aufgabe handelt es sich zunächst um eine Fermi-Aufgabe, die unter Hinzufügung eines informationsreichen Sachbuches über das in der Aufgabe thematisierte Zootier zu einer überbestimmten Aufgabe wird. Im Unterricht kann das Sachbuch den Lernenden als Bearbeitungshilfe angeboten werden. Erstrebenswert ist, dass SchülerInnen zur Informationsbeschaffung Quellen wie etwa Tierlexika oder das Internet heranziehen. Diese und die anderen Aufgaben der Untersuchung bieten sich zur Einbettung in einem fächerübergreifenden Unterricht an.

Die rationale Aufgabenanalyse nach Cohors-Fresenborg et al. (2004) ermöglicht eine Prognose der Aufgabenkomplexität im Hinblick auf vier Merkmale. In der hier vorgenommenen Voruntersuchung bestätigt sich zwar einerseits die vorhergesagte sprachlogische Schwierigkeit, da viele ViertklässlerInnen die relevanten nicht von den irrelevanten Daten unterscheiden konnten. Andererseits produzierten einige trotz der prognostizierten Schwierigkeiten gelungene Lösungen (vgl. Matildas Lösung). Neun von 62 Lösungen sind mustergültig. Grundsätzlich kann gesagt werden, dass die ViertklässlerInnen das Sachbuch zum Lösen der Aufgabe nutzten. Weitere Untersuchungen werden daran anknüpfend die derzeit entwickelten Hilfestellungen überprüfen. Sie sollen SchülerInnen beim selbstregulierten Lösen realitätsnaher Fermi-Aufgaben zu Zootieren unterstützen.

Literatur

- Barzel, B., Holzäpfel, L., Leuders, T. & Streit, Ch. (2011): *Mathematikunterricht: Planen, durchführen, reflektieren*. Berlin: Cornelsen Scriptor Praxis.
- Cohors-Fresenborg, E., Sjuts, J. & Sommer, N. (2004): Komplexität von Denkvorgängen und Formalisierung von Wissen. In: Neubrand, M. (Hrsg.): *Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern in Deutschland. Vertiefende Analysen im Rahmen von PISA 2000*. (1. Auflage) VS Verlag für Sozialwissenschaften / GWV Fachverlage GmbH: Wiesbaden, 109 - 144.
- Fischer, R. & Malle, G. (1985): *Mensch und Mathematik. eine Einführung in didaktisches Denken und Handeln*. Mannheim: Bibliographisches Institut.
- Maaß, K. (2009): *Mathematikunterricht weiterentwickeln*. Berlin: Cornelsen.
- Selter, Ch. (1994): *Eigenproduktionen im Arithmetikunterricht der Grundschule. Grundsätzliche Überlegungen und Realisierungen in einem Unterrichtsversuch zum multiplikativen Rechnen im zweiten Schuljahr*. Wiesbaden: Deutscher Universitätsverlag.
- Ständige Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (2005) (kurz: KMK): *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Beschluss vom 15.10.2004* (1. Auflage). Neuwied: Luchterhand.